

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ПОРИСТОГО ТЕЛА К ИССЛЕДОВАНИЮ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ «ИНСТРУМЕНТ-ГОРНАЯ ПОРОДА»

В рамках механики сплошного срединного тела рассматривается подход для численного описания динамического поведения материалов горных пород, в частности в технологических процессах резания материала исполнительным органом шахтного оборудования. Основной акцент делается на разработке методики для численного моделирования на основе предлагаемой математической модели упруго-пластичного пористого тела с учетом влияния температуры.

APPLICATION OF ELASTIC-PLASTIC POROUS BODY MODEL TO INTENSE-DEFORMATION CONDITION RESEARCH OF COOPERATING SYSTEM "TOOL - ROCK"

Within the framework of continuous environment mechanics approach for the numerical description of dynamic behavior of rock materials in particular in technological processes of material cutting by the executive body of the mine equipment is considered. The basic accent is done on creation of technique for numerical modeling on the basis of offered mathematical model elastic-plastic porous body in view of temperature influence.

Изучение состояния взаимодействующей системы «инструмент – горная порода» включает необходимость осмысления большого числа физико-математических аспектов. Схематизация процесса, ввиду невозможности учета всех факторов, дает возможность поставить практически приемлемую для решения задачу. Конечной целью исследования любой прикладной задачи является оптимизация того или иного процесса, конструкции и т.д. Большая трудоемкость экспериментальной проверки каждого варианта набора исходных параметров не устраивает практиков и обуславливает разрыв между научными исследованиями и реальными задачами. В связи с этим важным является создание методик, позволяющих быстро получить оценочные характеристики изучаемого процесса.

Исследование механики резания в большинстве случаев основывается на эмпирических подходах при обобщении огромного экспериментального материала или на упрощенном аналитическом подходе к анализу процесса. Во всех моделях напряжения сдвига не зависят от температурного разогрева и скорости деформации материала, учитывается только деформационное упрочнение. Между тем анализ экспериментальных и расчетных данных показал, что в зоне интенсивных сдвиговых деформаций происходит значительный разогрев материала и деформирование с очень высокими скоростями деформации (порядка $10^3 \div 10^5 \text{ с}^{-1}$). С учетом этих особенностей установление напряженного состояния зоны взаимодействия инструмента с материалом оказывается сложной задачей, которая даже для простейшего случая резания решена лишь в первом приближении. Причина этого заключается в том, что существующие аналитические и экспериментальные методы не позволяют определить напряженное состояние этой зоны без ряда допущений. Полученные с помощью упрощен-

ных (аналитических) моделей резания результаты дают в первом приближении оценку некоторых параметров процесса резания (например, угла плоскости сдвига). Однако эти упрощенные модели имеют невысокую точность, так как обычно в них используется модель идеально-жестко-пластического материала, которая не может быть использована для учета изменения предела текучести при сдвиге для неоднородных полей деформаций, скоростей деформаций и температур. Попытки приблизить используемую аналитическую модель материала к реальности приводит к чрезмерному усложнению, а эффект получается незначительным.

Перспективным подходом для развития модели резания является использование численных методов.

В данной работе для численного моделирования процессов динамического нагружения материалов используется модель повреждаемой среды [1-4], характеризующаяся наличием микрополостей (пор, микротрещин). Общий объем среды V составляют неповрежденная часть среды, занимающая объем V_s и характеризующаяся плотностью ρ_s и микрополости, занимающие объем V_f , в которых плотность полагается равной нулю. Средняя плотность повреждаемой среды связана с введенными параметрами соотношением $\rho = \rho_s (V_s / V)$. Степень поврежденности среды характеризуется удельным объемом пор $\alpha = V_f / (V \cdot \rho)$.

Система уравнений, описывающая нестационарные адиабатические (как при упругом, так и при пластическом деформировании) движения сжимаемой среды с учетом эволюции микроповреждений состоит из уравнений неразрывности, движения, энергии и изменения удельного объема пор:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho v) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = \sigma_{ij,j}, \quad (2)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}, \quad (3)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \begin{cases} 0, & \text{если } |P_s| \leq P^* \text{ или } (P_s > P^* \text{ и } \alpha = 0) \\ -\text{sign}(P_s) K_f (|P_s| - P^*) (V_2 + \alpha), & \\ \text{если } P_s < -P^* \text{ или } (P_s > P^* \text{ и } \alpha > 0) \end{cases}, \quad (4)$$

где ρ – плотность, v – вектор скорости, v_i – компоненты вектора скорости, E – удельная внутренняя энергия, $\sigma_{ij} = -(P + Q) \delta_{ij} + S_{ij}$ – компоненты тензора напряжений, Q – искусственная вязкость, ε_{ij} – компоненты тензора скоростей

деформаций T – температура, P_s – давление в сплошной компоненте вещества, $P = P_s (\rho / \rho_s)$ – среднее давление, $P^* = P_k V_1 / (\alpha + V_1)$, K_f , P_k , V_1 , V_2 – константы материала.

Давление в неповрежденном веществе является функцией удельного объема и во всем диапазоне условий нагружения определяется с помощью уравнения состояния типа:

$$P_s = K(V / V_0 - 1),$$

где, V_0 и V – начальный и текущий удельные объемы, K – модуль объемного сжатия.

В соответствии с подходом, примененным для расчета как компактирования, так и порообразования в условиях динамического нагружения, в настоящей работе использованы представления, согласно которым на изменение пористости влияет только шаровая компонента напряжений или давление, а компоненты девиатора напряжений ограничены независимой девиаторной функцией текучести:

$$2G \left(\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right) = \frac{dS_{ij}^0}{dt} + \lambda S_{ij},$$

где dS_{ij}^0 / dt – производная по Яуманну. Параметр λ тождественно равен нулю при упругой деформации, а при наличии пластической – определяется с помощью условия текучести Мизеса:

$$S_{ij} S_{ij} = \frac{2}{3} \sigma^2.$$

Здесь G – модуль сдвига, σ – динамический предел текучести, которые определяются согласно соотношениям:

$$G = G_0 K_T \left(1 + \frac{cP}{(1+\mu)^{1/3}} \right) \frac{V_3}{(\alpha + V_3)},$$

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_0 K_T \left(1 + \frac{cP}{(1+\mu)^{1/3}} \right) \left(1 - \frac{\alpha}{V_4} \right), & \text{если } \alpha \leq V_4 \\ 0, & \text{если } \alpha > V_4 \end{cases},$$

$$K_T = \begin{cases} 1, & \text{если } T_0 \leq T \leq T_1 \\ \frac{T_m - T}{T_m - T_1}, & \text{если } T_1 < T < T_m \\ 0, & \text{если } T \geq T_m \end{cases}.$$

Здесь T_m – температура плавления вещества, c , V_3 , V_4 , T_1 – константы материала, $\mu = V_0 / (V - \alpha) - 1$. Выбор функции $K_T(T)$ осуществлялся с целью моделировать в расчетах атермический характер пластического деформирования и динамической прочности твердых тел при высоких скоростях деформирования (10^4 c^{-1} и выше).

Для вычисления температуры используются соотношения [4]:

$$dT = \begin{cases} d(E - E_{0x}) / c_p, & \text{если } T < T_m \\ 0, & \text{если } T = T_m \\ d(E - E_{0x} - \Delta H_m) / c_p, & \text{если } T > T_m \end{cases},$$

где удельная теплоемкость c_p возрастает линейно с ростом температуры до температуры плавления вещества:

$$c_p = \begin{cases} c_p^0 + \frac{c_p^L - c_p^0}{T_m - T_0} (T - T_0), & \text{если } T_0 \leq T < T_m \\ c_p^L, & \text{если } T \geq T_m \end{cases},$$

а холодная составляющая удельной внутренней энергии E_{0x} определяется выражением:

$$E_{0x} = \begin{cases} E_0, & \text{если } \xi < 0 \\ E_0 + E_1 \xi + E_2 \xi^2 + E_3 \xi^3 + E_4 \xi^4, & \text{если } \xi \geq 0 \end{cases},$$

где $\xi = 1 - \rho_0 / \rho_s$, ΔH_m – удельная теплота плавления, c_p^0 и c_p^L – константы материала, T_0 – начальная температура $E_0 = -T_0 c_p^0$, $E_1 = \gamma_0 E_0$, $E_2 = (a^2 + \gamma_0^2 E_0) / 2$, $c_p = \sum m_i (c_p)_i$, $E_3 = (4ba^2 + \gamma_0^3 E_0) / 16$, $E_4 = (-2\gamma_0 ba^2 + 18a^2 b^2 + \gamma_0^4 E_0) / 24$, a , b , γ_0 – константы материала [4].

Для замкнутой системы (1)-(4) ставится краевая задача с начальными и граничными условиями (рис. 1). Начальные условия отражают факт отсутствия

напряжений и перемещений в материале до начала нагружения. Граничные условия соответствуют отсутствию напряжений на свободных поверхностях, а на поверхностях контакта инструмента и горной породы ставятся условия непрерывности нормальных к контакту составляющих вектора скорости и напряжения.

На рисунке 1: Ω_1 - область, занимаемая резцом; Ω_2 - область, определяющая породу; Ω_3 - армирующая пластинка; $\omega_1(t)$ - свободные поверхности резца и породы; $\omega_2(t)$ - контактные поверхности; $\omega_3(t)$ - поверхности, на которых ставится условие «бесконечности»; $\omega_4(t)$ - поверхности полного прилипания; \vec{U} - вектор скорости резца в направлении оси OX ; \vec{W} - вектор скорости резца в направлении оси OZ ; $h_1 = 80$ мм; $h_2 = 5 \div 8$ мм; $h_3 = 10 \div 30$ мм.

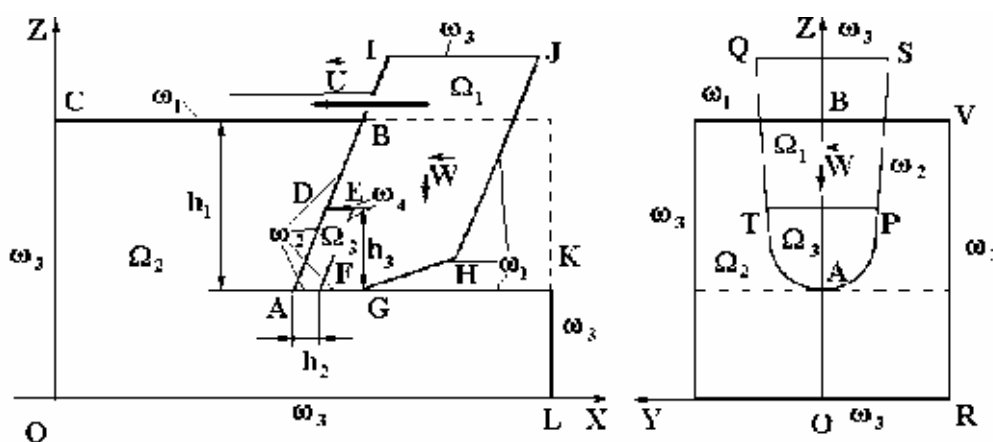


Рис.1.

Поставленная задача решается модифицированным методом конечных элементов [1-3]. Используемый численный метод описан в работах [1, 2]. В нем применяется лагранжевое разбиение среды на конечные элементы в виде тетраэдров, на которых проводится естественная аппроксимация пространственных производных системы дифференциальных уравнений, описывающей модель поведения сплошной среды. Использование несколько нетрадиционного для задач линейной упругости подхода механики сплошной среды позволяет без затруднений переходить от статических задач к динамическим и от модели линейно-упругого тела к моделям упругопластического тела, жидкости или газа.

Применяемые методики неоднократно проверялись в сравнении с результатами экспериментов [4] и с расчетами тестовых задач, проведенными различными методами и авторами [1, 4]. Хорошее совпадение получаемых результатов подтверждает их достоверность.

В настоящее время развитый пакет программ используется для исследования закономерностей развития магистральных трещин при интенсивных динамических нагрузках [3-7] и позволяет предсказывать прочностные характеристики массивов горных пород [2, 5].

Многофункциональный метод ММКЭ [1, 2] имеет конечно-разностную схе-

му в лагранжевых переменных, и предполагает наличие разностной сетки, состоящей из треугольных ячеек для двумерного случая и из тетраэдров для трехмерного. Градиенты давления и напряжений определяются в узлах разностной сетки; дивергенция вектора скорости определяется в центрах расчетных ячеек на полуцелых шагах по времени. Пространственная производная аппроксимируется суммированием нормальных компонент потока через границы ячеек таким образом, что локальная аппроксимационная ошибка имеет первый порядок точности по отношению к характерному размеру расчетной ячейки. Сплошная среда разбивается на конечные элементы. Считается, что значения координат, скоростей и сил относятся к узлам сетки, а остальные величины определены в центрах элементов. Тогда, вводя функцию формы, получаем связанную модель конечных элементов, аппроксимирующую область расчета. При помощи введенной функции формы исходная система дифференциальных уравнений дискретизируется по времени и пространству. Полученная разностная схема аналогична соотношениям явной схемы типа "крест". При этом процесс численного интегрирования дифференциальных уравнений сводится к решению системы алгебраических уравнений. Кинематические и термодинамические значения предыдущего слоя по времени выступают как начальные условия для расчета НДС в следующий момент времени.

Таким образом, получив все величины на один момент времени и, зная скорости узлов, можно проводить расчет значений следующего временного слоя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шиповский И.Е., Локшина Л.Я., Метод расчета напряженно-деформированного состояния породных массивов. //Труды Международной конференции «Геодинамика и напряженное состояние недр Земли» - Новосибирск: СО РАН, 1999. - С. 152-156.
2. L. Ya. Lokshina, Shipovskii I.E. Calculation of the Stress-Strain State of Plates Containing Cracks.//Journal of Mathematical Sciences.-Plenum Publishing Corporation, January 2001.-103 (1).-P. 111-116.
3. Шиповский И.Е. Численное исследование напряженно - деформированного состояния массива горной породы при взрывном разрушении //Динамические системы. - Вып 16. -Симферополь: ТНУ, 2000. - С. 90-98.
4. Zelepugin S.A. and Nikulichev V.B.Numerical Modeling of Sulfur - Aluminum Interaction under Shock-Wave Loading //Combustion, Explosion, and Shock Waves, Vol. 36, No. 6, 2000, pp. 845-850